

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Электрический транспорт

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Дисциплина:

"Моделирование устройств электрической тяги"

Комаров В.Г. Лабораторная работа 1 03.09.2026 г.

Задача моделирования движения электрического транспортного средства

1. Постановка задачи моделирования

Началу моделирования предшествует постановка содержательной задачи моделирования, переход от когнитивной (мысленной) модели к вербальной (словесной) модели, т.е. формулировке в словесной форме основных вопросов об объекте моделирования и цели моделирования. Правильная постановка задачи очень важна, так как ошибка здесь потребует вернуться к построению модели с самого начала. Содержательная постановка задачи (содержательное описание), называемая в технических дисциплинах техническим заданием, в дальнейшем уточняется и конкретизируется, однако принципиальные, основные положения остаются неизменными.

Задание 1.

Дать постановку задачи «Движение транспортного средства», позволяющую описать движение транспортного средства по заданному пути.

Модель должна позволять:

- Вычислять положение транспортного средства в любой момент времени.

Исходные данные:

- Масса транспортного средства.
- Начальные координаты, начальная скорость.
- Сопротивление движению.

2. Концептуальная формулировка задачи

На основе содержательной модели разрабатывается концептуальная формулировка задачи моделирования.

Движение транспортного средства происходит вблизи поверхности Земли со скоростями существенно меньшими скорости распространения электромагнитного поля (скорости света) и поэтому может быть описано в соответствии с известными законами классической механики Ньютона.

Гипотезы, принятые для модели:

- Транспортное средство (ТС) будем считать материальной точкой O массой m , положение которой совпадает с его центром масс.
- Движение происходит под воздействием силы F , создаваемой двигателем транспортного средства, и силы сопротивления движению W в поле силы тяжести G с постоянным ускорением свободного падения g (постоянными напряжённостью гравитационного поля и центробежной силой от вращения Земли) и описывается уравнениями классической механики Ньютона.
- Движение транспортного средства происходит вдоль оси x заданного пути.
- Сопротивление движению транспортного средства считаем известной функцией скорости $W(v)$.
- В качестве параметров движения будем использовать координату (x) , направленную вдоль оси пути и скорость $v(x)$ центра масс транспортного средства.
- Подъёмы и спуски транспортного средства вместо координаты (y) выражаем в относительных единицах превышения $H(x)$ к залеганию $B(x)$ пути (рис. 1) в виде уклонов

$$i(x) = \frac{H(x)}{B(x)},$$

т. е. текущего тангенса угла наклона пути к горизонтали

$$i(x) = \tan(\alpha),$$

соответственно угол наклона пути к горизонту

$$\alpha = \arctan(i(x)) = \arctan\left(\frac{H(x)}{B(x)}\right).$$

- Кривизну пути определяем радиусом $R(x)$ в плоскости пути.

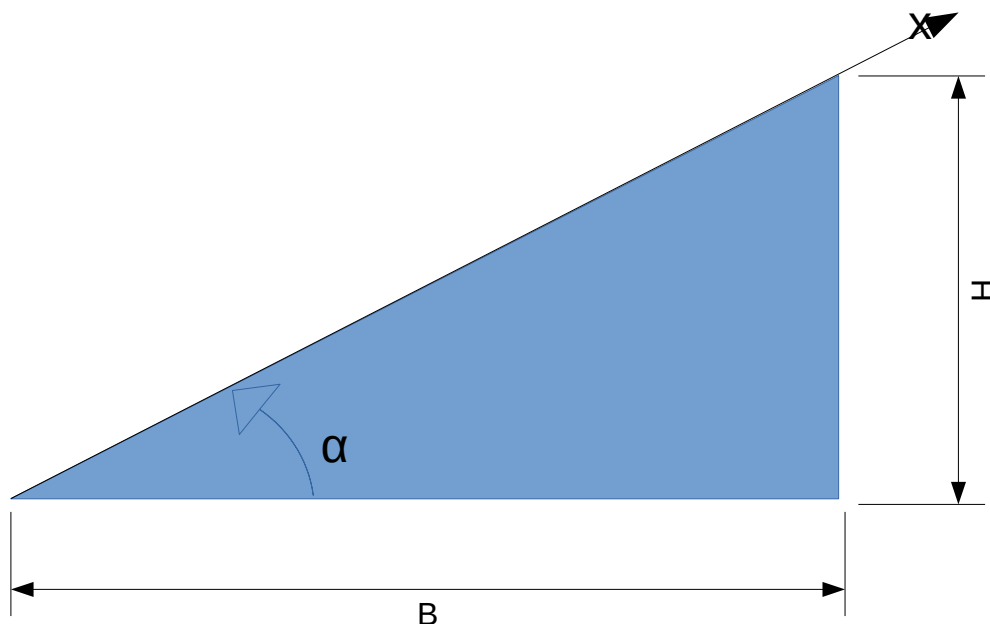


Рис. 1. Обозначение уклонов

Концептуальная постановка задачи на основе принятых гипотез может быть следующей:

Определить закон движения материальной точки массой m под действием сил двигателя, сопротивления движению и тяжести, если известны начальная координата точки x_0 , ее начальная

скорость v_0 и зависимость $i(x)$. Таким образом, модель является простой – объект материальная точка не имеет внутренней структуры. Учитывая типичные скорости и высоту подъёма пути, ускорение свободного падения будем считать постоянным. Переход от трехмерных координат к одной оси x значительно упрощает решение задачи.

3. Построение математической модели

Теперь перейдем к составлению математической модели объекта – совокупности математических соотношений, описывающих его поведение и свойства. Из законов и определяющих выражений предметной дисциплины формируются уравнения модели.

Математическая постановка задачи «Движение транспортного средства».

По оси x на транспортное средство действуют сила движителя F , сила сопротивления движению W и проекция на ось x силы тяжести G , называемая скатывающей силой. Выражение для скатывающей силы согласно рис. 2

$$W_i = m g \sin(\alpha)$$

Согласно законам Ньютона имеем уравнения движения по оси x :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F - W - m g \sin(\alpha) \quad , \quad V(x) = \frac{dx}{dt} \quad (3.1)$$

при следующих начальных условиях $x(0) = x_0$, $\alpha(0) = \alpha_0$, $v(0) = v_0$.

Разделим обе части первого уравнения на массу m , получим обобщённое уравнение движения, независимое от массы транспортного средства:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = f - w - g \cdot \sin(\alpha) \quad , \quad V(x) = \frac{dx}{dt} \quad (3.2)$$

Полученные уравнения показывают, что закономерность движения определяется не массой транспортного средства, а удельными силами движителя, сопротивления движению, гравитационным полем Земли и центробежными силами от вращения Земли.

Необходимо найти зависимости $x(t)$, $v(t)$.

Математическая постановка соответствует решению задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Известно, что решение задачи Коши существует и единственно. Количество искомых переменных равно количеству дифференциальных уравнений. Таким образом, математическая модель корректна.

4. Выбор метода решения

Задача может быть решена как аналитически, так и численно.

Аналитическое решение для простейшего случая, когда $f=0$ и $w=0$:

Из (3.2) запишем систему ОДУ первого порядка:

$$\frac{dv}{dt} = -g \sin(\alpha) \quad , \quad V(x) = \frac{dx}{dt} \quad (3.3)$$

После интегрирования получим:

$$v(t) = C_1 - g \cdot t \cdot \sin(\alpha) = C_1 - g \cdot t \cdot \sin(\arctan(i)) \quad , \quad x(t) = C_2 + C_1 \cdot t - \frac{g \cdot t^2 \cdot \sin(\alpha)}{2} \quad (3.4)$$

Определим константы интегрирования из начальных условий:

$$V_0 = v(t=0) = C_1 - g \cdot (t=0) \cdot \sin(\alpha) = C_1 \quad ,$$

$$X_0 = x(t=0) = C_2 + V_0 \cdot (t=0) - \frac{g \cdot (t=0)^2 \cdot \sin(\alpha)}{2} = C_2 \quad ,$$

окончательно запишем:

$$v(t) = V_0 - g \cdot t \cdot \sin(\alpha) \quad , \quad x(t) = X_0 + V_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2 \cdot \sin(\alpha)}{2} \quad .$$

Из аналитического решения вытекает, что при движении транспортного средства при отсутствии силы движителя и сопротивления движению изменение скорости происходит по линейному закону, а пройденный путь по параболическому закону.

Численное решение будем реализовывать с помощью научной вычислительной интегральной среды моделирования JupyterLab в лабораторной работе №2.

5. Выводы

- Мы с вами создали математическую модель движения транспортного средства в виде материальной точки, обладающей параметром «масса m » и характеризуемой параметром «путь X ». Пространственные координаты этой точки считаем совпадающими с центром масс реального транспортного средства.
- Отличие материальной точки от математической состоит в том, что материальная точка ничтожно мала в отношении к рассматриваемым объектам, но может обладать определёнными физическими параметрами, а математическая точка является абсолютной абстракцией, то есть это координата пространства не имеющая размеров и не обладает никакими физическими параметрами.
- Внутренняя структура транспортного средства нами не учитывается и поэтому считается, так называемым, «чёрным ящиком».
- Внешние воздействия учитываются в виде параметров сил тяжести и сопротивления движению.
- Такая модель позволяет рассматривать процесс движения транспортного средства по заданному пути, траектории или маршруту под воздействием силы, создаваемой движителем транспортного средства.
- При этом движитель может рассматриваться, как внешнее или внутреннее устройство (элемент) транспортного средства.
- Графическая интерпретация полученной модели приведена на рис. 2.

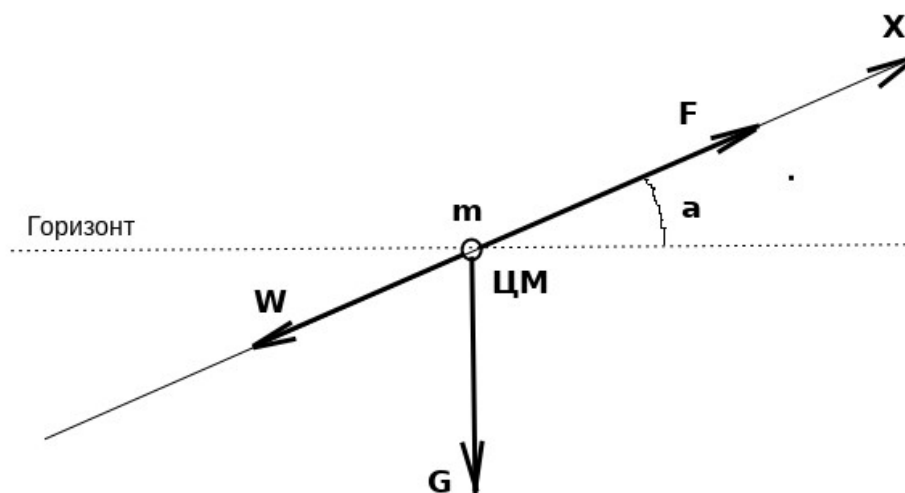


Рис. 2

Задание для самостоятельного выполнения и составления отчёта.

Внимательно изучите определения моделей и моделирования. Разберитесь детально с примерами на движение транспортного средства и представьте графики $v(t)$ и $x(t)$ для вашего варианта согласно следующей таблицы:

Вариант	X_0 , м	V_0 , м/с	i
1	0	5	0,05
2	0	10	0,1
3	0	15	0,15
4	0	20	0,2
5	0	30	0,25
6	5	5	0,1
7	5	10	0,15
8	5	15	0,2
9	5	20	0,15
10	5	30	0,12
11	10	5	0,03

12	10	10	0,05
13	10	20	0,1
14	10	30	0,2

Ответьте на следующие вопросы:

1. Что такое модели и какие виды моделей вы знаете?
2. Какие виды моделирования существуют?
3. От чего зависит точность моделирования?
4. Когда разумно применять физическое моделирование?
6. Какие виды погрешности моделирования вы знаете?
7. Как осуществляется подготовка к моделированию?

Шаблон оформления отчёта

Национальный исследовательский университет "МЭИ"



ИЭТЭ

Кафедра ЭКАОиЭТ.

Отчет по лабораторной работе №1 на тему:

«Задача моделирования движения транспортного средства»

Вариант задания №12

Выполнил:	
Группа:	ЭЛ-05-23
Проверил:	Комаров В. Г.

Москва 2026

Дано.

Транспортное средство движущееся на подъём $i(\text{уклон})=0.05$, начальная координата $X_0=10$ м, начальная скорость $V_0=10$ м/с.

Задание.

Смоделировать движение транспортного средства при движении на заданном подъёме с построением и анализом кривых движения $x(t)$ [м], $V(t)$ [м/с]. Определить скорость сообщения V_s [км/ч]. (Скорость сообщения - это средняя скорость движения ТС от начальной до конечной точки маршрута с учетом промежуточных остановок).

Построение модели

...

Результаты моделирования

...

Анализ результатов моделирования

...