Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Электрический транспорт

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Дисциплина:

"Моделирование устройств электрической тяги"

Комаров В.Г. **Лекция № 11** **12.11.2026 г.**

Моделирование тяговых и тормозных сил электромагнитных силовых агрегатов

Тяговые электросиловые агрегаты должны обеспечивать непрерывное перемещение подвижного элемента (ротора или бегуна) без ограничений. Поэтому в них обычно используется тангенциальная электромагнитная сила (Рис. 1).

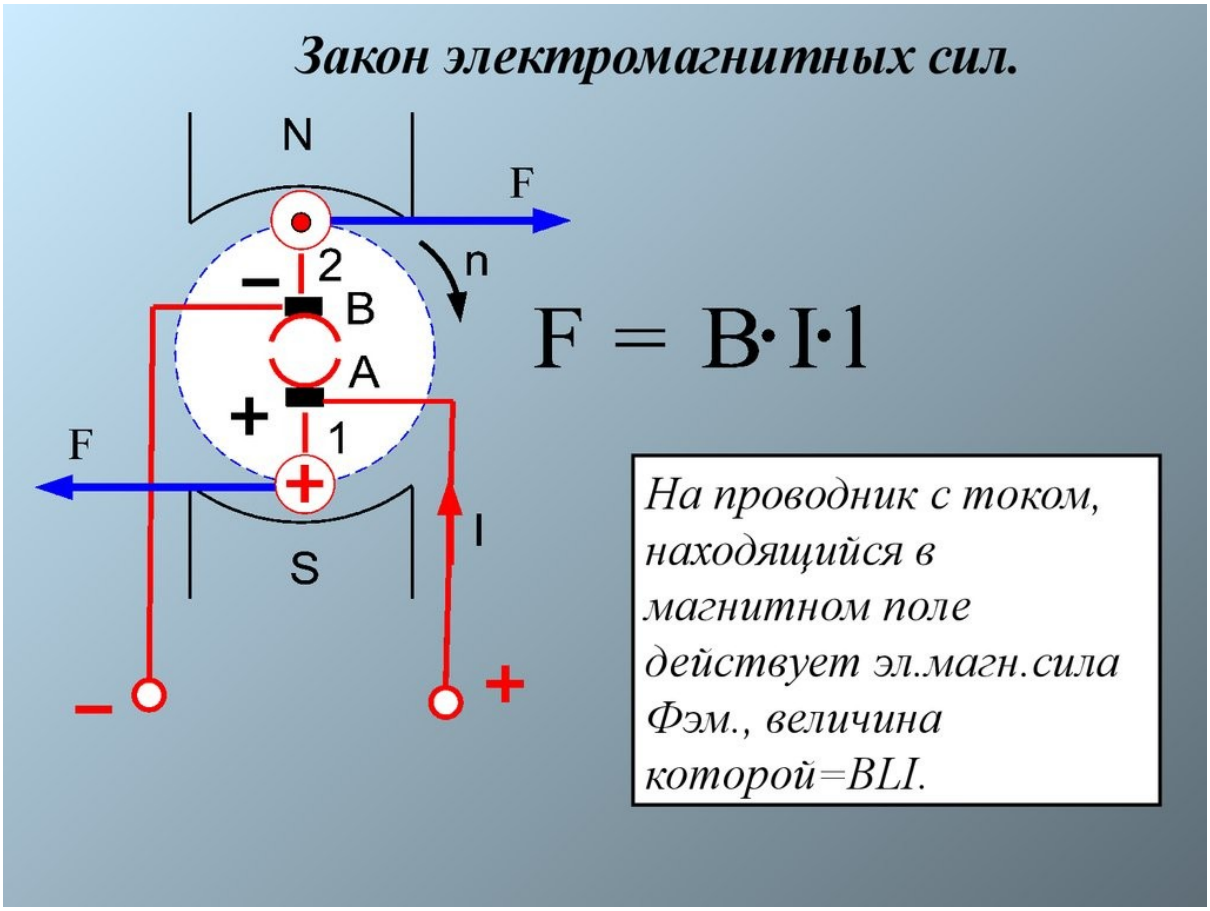


Рис. 1.

На рис. 2...4 приведены примеры конструкции современных бесколлекторных вращающихся электрических машин.

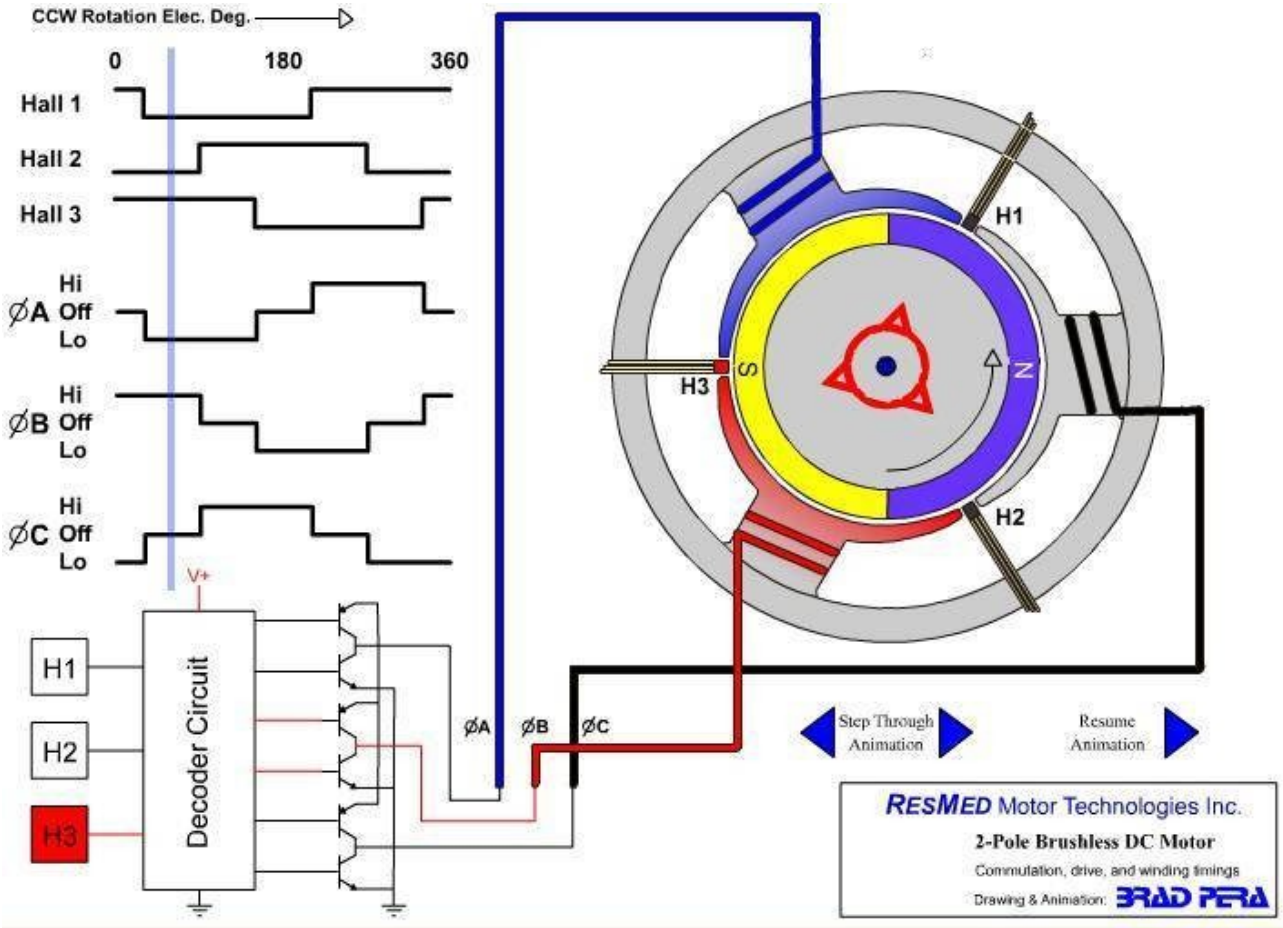

CCW Rotation Elec. Deg.
0
180
360
Hall 1
Hall 2
Hall 3
ØA Hi Off Lo
ØB Hi Off Lo
ØC Hi Off Lo
V+
H1
H2
H3
Decoder Circuit
ØA
ØB
ØC
H1
H2
H3
S
N
Step Through Animation
Resume Animation
RESMED Motor Technologies Inc.
2-Pole Brushless DC Motor
Commutation, drive, and winding timings
Drawing & Animation: BRAD PERA

Рис. 2.

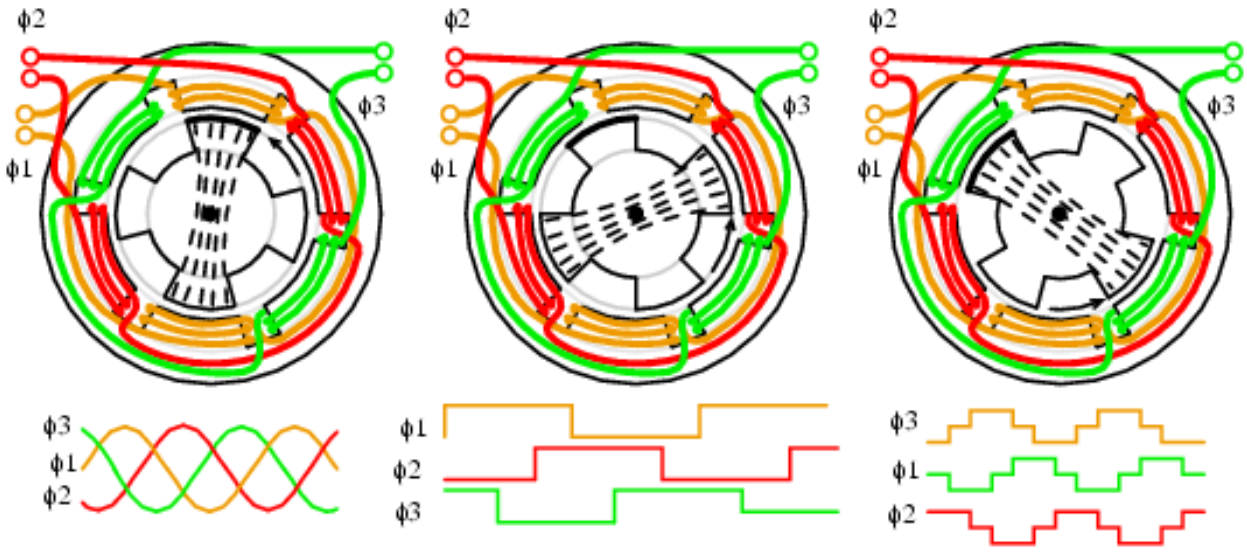

ϕ2
ϕ3
ϕ1
ϕ3
ϕ1
ϕ2
ϕ1
ϕ2
ϕ3
ϕ3
ϕ1
ϕ2

Рис. 3.

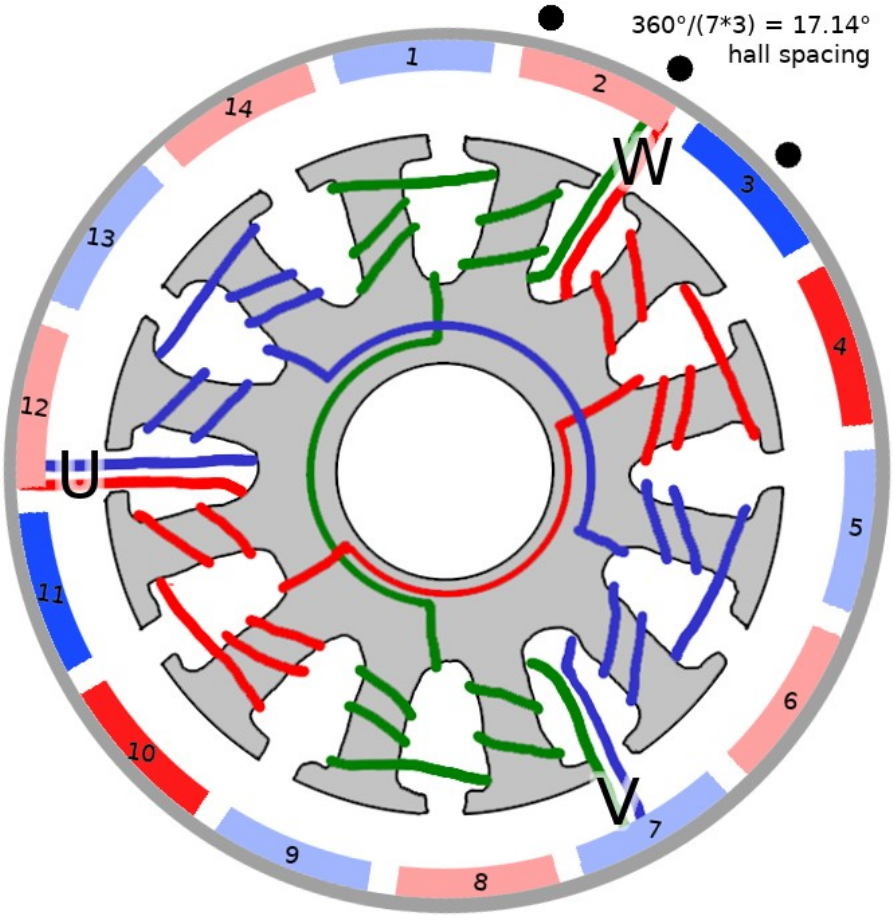


Рис. 4.

Магнитное сопротивление воздушных зазоров при отсутствии насыщения магнитопровода обычно существенно больше магнитного сопротивления стальных участков магнитопровода. Поэтому магнитное сопротивление стальных участков с достаточной степенью точности (погрешность обычно не более 10 %) на начальном этапе моделирования можно не учитывать.

Тогда выражение для электромагнитной движущей силы (тяговой «+» или тормозной «- ») можно записать в виде

$$F_{эм} = A_a \cdot \nabla(\Lambda_G \cdot A_0) \quad .$$

Если рассматривать только горизонтальное перемещние мовера по оси *z*, то это уравнение может быть преобразовано к виду

$$F_{эмz} = A_a \frac{(\partial(\Lambda_G \cdot A_0))}{\partial z} \quad ,$$

и, подставляя выражения для A_0 и Λ_G, получаем

$$F_{эмz} = A_a \frac{\partial(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot A_0}{y})}{\partial z} = w_a \cdot i_a \frac{\partial(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot w_a \cdot i_0}{y})}{\partial z} \quad ,$$

где $A_0 = \sum A_f + \sum A_c + \sum A_a = w_f \cdot i_f + w_a \cdot i_c + w_a \cdot i_a = w_a \cdot (\frac{w_f}{w_a} \cdot i_f + i_c + i_a) = w_a \cdot (i_f' + i_c + i_a) = w_a \cdot i_0$ -

полная нс машины, А;

i_f' — ток возбуждения, приведённый к якорю, А;

$\sum A_f = w_f \cdot i_f$ - сумма нс индуктора, А;

$\sum A_c = w_a \cdot i_c = H_c \cdot h$ - эквивалентная нс постоянных магнитов, А;

$\sum A_a = w_a \cdot i_a$ - сумма нс обмоток якоря, А.

Эдс, наводимая в обмотке фазы якоря будет определяться выражением

$$e_a = -w_a[\nabla\Phi, V] = -w_a \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot V_z = -w_a \frac{\partial\left(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot A_0}{y}\right)}{\partial z} \cdot V_z = -w_a \cdot V_z \frac{\partial\left(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot w_a \cdot i_0}{y}\right)}{\partial z} \quad .$$

Возможны разные варианты конструкции машины с точки зрения величин S_G, w_a и i_0. Эти величины могут быть постоянными в процессе перемещения по оси z (независимыми от z), либо зависимыми от величины z. Если полный ток i_0 машины считать постоянной величиной, что характерно для установившегося или квазиустановившегося режима работы, то уравнения можно переписать в виде

$$F_{эмz} = w_a \cdot i_a \cdot i_0 \frac{\partial\left(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot w_a}{y}\right)}{\partial z}$$

$$e_a = -w_a \cdot i_0 \cdot V_z \frac{\partial\left(\frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot w_a}{y}\right)}{\partial z}$$

Обмотки могут быть сосредоточенными или распределёнными (рис. 5). Если обмотка якоря сосредоточенная, т. е. не распределена по полюсному делению ($w_a(z)=const$), то уравнения можно переписать в виде

$$F_{эмz} = i_a \cdot i_0 \frac{\partial L_m}{\partial z}$$

$$e_a = -V_z \cdot i_0 \frac{\partial L_m}{\partial z}$$

где $L_m = \frac{\mu_0 \cdot S_G \cdot w_a^2}{y}$ - главная индуктивность электрической машины, Гн.



Распределенная обмотка



Сосредоточенная обмотка

Рис. 5.

Если обмотка якоря сосредеоточенная ($w_a=const$) и зазор равномерный по длине полюсных делений ($y=const$), то изменение L_m зависит только от изменения площади полюсов, перекрывающихся в

процессе относительного движения индуктора и якоря. При отсутствии относительного движения якоря и индуктора $V_z = \frac{\partial z}{dt} = 0$ и $i_0 = const$ эдс якоря $e_a = 0$. Электромагнитная сила не зависит от скорости относительного перемещения и определяется током якоря i_a и полным током i_o, а также геометрией и относительным расположением электромагнитных контуров машины, определяемых главной индуктивностью (взаимоиндуктивностью) машины $L_m = L_o \cdot \varkappa(z)$.

Наиболее характерными зависимостями $L_m(z)$ являются линейная и гармоническая (синусоидальная).

Линейная монополярная зависимость $L_m(z)$ (рис. 6) в пределах волнового деления описывается выражением

$$L_m = L_0 \cdot \left(1 - \frac{2z}{Z}\right) \cdot sgn\left(1 - \frac{2z}{Z}\right) \quad ,$$

и соответственно

$$\frac{\partial L_m}{\partial z} = -\frac{2}{Z} L_0 \; npu \; z \leqslant \frac{Z}{2}$$

и $\frac{\partial L_m}{\partial z} = \frac{2}{Z} L_0 \; npu \; z \; \square > \frac{Z}{2}$.

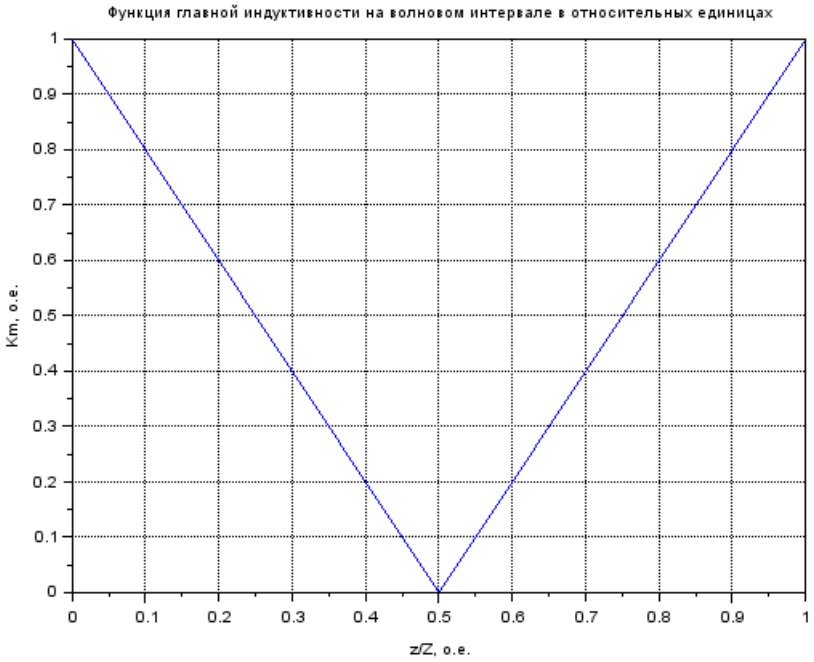


Рис. 6.

Линейная биполярная зависимость $L_m(z)$ (рис. 7) в пределах волнового деления описывается выражением

$$L_m = L_0 \cdot \left[\left(2 - \frac{4z}{Z}\right) \cdot sgn\left(1 - \frac{2z}{Z}\right) - 1\right] \quad ,$$

и соответственно

$$\frac{\partial L_m}{\partial z} = -\frac{4}{Z} L_0 \; npu \; z \leqslant \frac{Z}{2}$$

и $\frac{\partial L_m}{\partial z} = \frac{4}{Z} L_0 \; npu \; z \; \square > \frac{Z}{2}$.

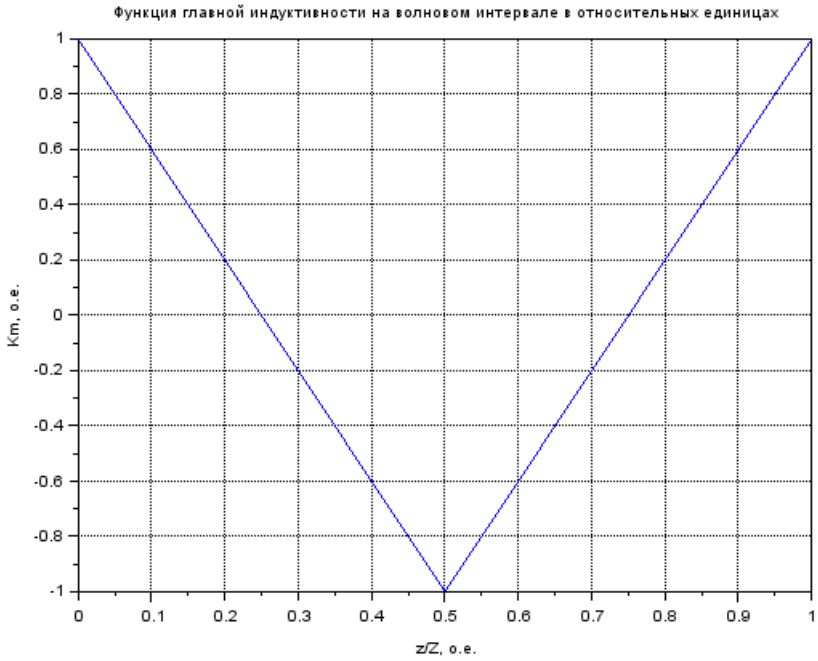


Рис. 7.

Линейная биполярная зависимость $L_m(z)$ в трёхфазной системе при 120-градусном управлении (рис. 8) в пределах полюсного деления описывается выражением

$$L_m = L_0 \cdot max\left(-1, \left(1 - \frac{6z}{Z}\right)\right) \quad ,$$

и соответственно

$$\frac{\partial L_m}{\partial z} = -\frac{6}{Z} L_0 \; при \; z \leqslant \frac{Z}{2}$$

и $\frac{\partial L_m}{\partial z} = \frac{6}{Z} L_0 \; при \; z \; \square > \frac{Z}{2}$.

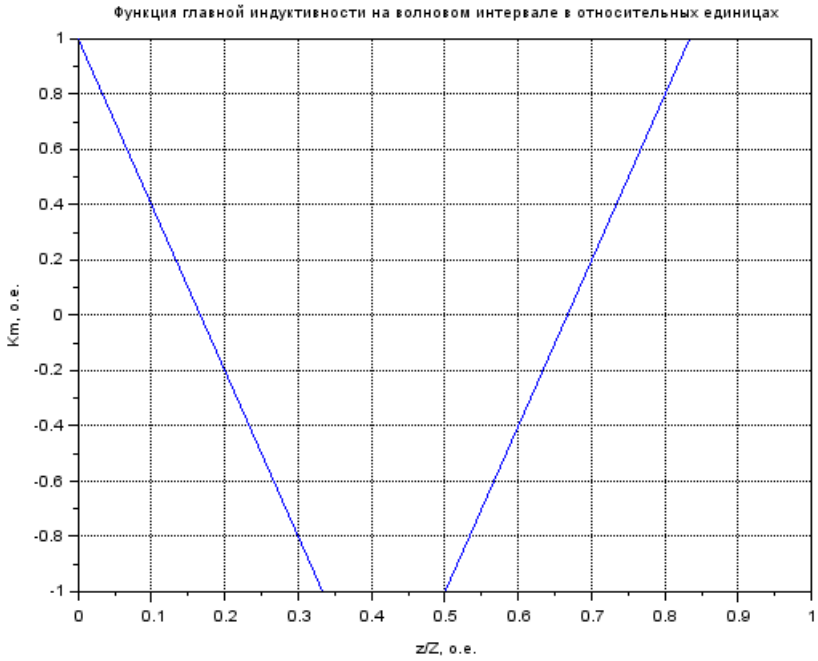


Рис 8.

Гармоническая зависимость $L_m(z)$ (рис. 9) в пределах полюсного деления описывается выражением

$$L_m = L_0 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot z}{Z}\right)$$

и соответственно

$$\frac{\partial L_m}{\partial z} = -\frac{2\pi}{Z} L_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot z}{Z}\right) \quad ,$$

где $z = \int V_z \cdot dt$ — текущее положение электромагнитных контуров, м;
$Z = V_z \cdot T$ — длина магнитной волны (пространственного цикла), м;
T — период электромагнитного цикла, с;
$V_z = Z / T$ — пространственная скорость электромагнитного движения, м/с.

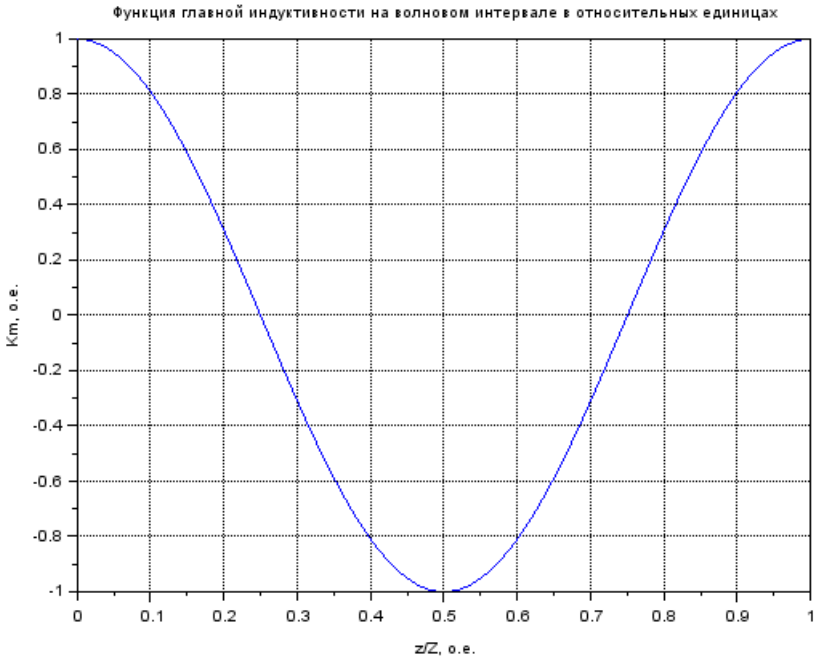


Рис. 9.

Динамическое уравнение баланса сил

$$F_{эмz} - W = m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} \quad ,$$

где $F_{эмz}$ - электромагнитная движущая сила, Н;
W - сила сопротивления движению, Н.

Разделив обе части уравнения на массу m, получаем

$$f_{эмz} - w = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad ,$$

где $f_{эмz} = \frac{F_{эмz}}{m}$ - удельная электромагнитная движущая сила, Н/кг;

$w = \frac{W}{m}$ - удельная сила сопротивления движению, Н/кг.

Обобщая проведённый анализ можно сделать такие выводы. Базовыми входными величинами, определяющими электромагнитные процессы в электрической машине являются

полный ток индуктора i_f, полный ток якоря i_a и скорость движения V_o магнитной волны поля относительно якоря, т. е. фазовая скорость поля или, так называемая синхронная скорость электрической машины. Базовыми конструктивными параметрами электрической машины (т. е. внутренними параметрами) являются главная полная индуктивность магнитных полюсов L_o и функция взаимной индуктивности фаз от относительного перемещения якоря и индуктора $L_m(z/Z)$.

Базовая связь всех этих величин проявляется в рабочем зазоре машины и определяется обобщёнными уравнениями электромагнитного движения :

$$L_0 = \frac{\mu_0 \cdot S_0 \cdot w_{a0}^2}{y_0} \quad ,$$

$$L_m = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot w_a^2}{y} = K_M \cdot L_0 \quad ,$$

где $K_M = \frac{L_m}{L_0}$ - функция взаимной индуктивности фаз машины с главным потоком взаимной индукции. Эта величина зависит от относительного положения якоря и индуктора и определяется конструкцией электрической машины. С помощью конструктивных зависимостей $S(z/Z)$, $y(z/Z)$ и $w_a(z/Z)$ может быть реализована практически любая зависимость $K_M(z/Z)$. На практике чаще всего используется либо линейная, либо гармоническая (синусоидальная или косинусоидальная) зависимость взаимной индуктивности от относительного перемещения якоря и индуктора.

Если обмотка якоря сосредоточенная, т. е. не распределена по полюсному делению ($w_a(z/Z)=const$), то уравнения для электромагнитной силы и эдс можно записать в виде

$$F_{эмz} = i_a \cdot i_0 \frac{\partial L_m}{\partial z} = i_a \cdot i_0 \cdot L_0 \cdot \frac{\partial K_M}{\partial z} \quad ,$$

$$e_a = -V_z \cdot i_0 \frac{\partial L_m}{\partial z} = V_z \cdot i_0 \cdot L_0 \frac{\partial K_M}{\partial z} \quad .$$

Периодичность электромагнитных процессов определяется длиной магнитной волны Z в рабочем зазоре машины и связанного с ней периодом времени T через скорость движения V_z уравнениями

$Z = V_z \cdot T$ — длина магнитной волны (пространственного цикла), м;

T — период электромагнитного цикла, с;

$V_z = Z / T$ — пространственная скорость электромагнитного движения, м/с.

$z = \int V_z \cdot dt$ — текущее положение электромагнитных контуров, м;

$\frac{z}{Z} + n$ - периодическая функция движения квантованного длиной волны.

Для перехода к рассмотрению процессов в электрических цепях якоря электрической машины необходимо воспользоваться вторым законом Кирхгоффа, в соответствии с которым можно записать следующее уравнение электрической цепи якоря

$$u_a - e_a = i_a \cdot R + L_S \frac{d i_a}{dt} \quad ,$$

где u_a - напряжение внешнего источника питания, приложенное к обмотке якоря, В;

R - активное сопротивление обмотки фазы якоря, Ом;

L_s - индуктивность рассеяния обмотки фазы якоря, Гн.

Динамическое уравнение баланса сил

$$F_{эмz} - W = m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} \quad ,$$

где $F_{эмz}$ - электромагнитная движущая сила, Н;

W - сила сопротивления движению, Н.

Разделив обе части уравнения на массу m, получаем

$$f_{эмz} - w = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad ,$$

где $f_{эмz} = \frac{F_{эмz}}{m}$ - удельная электромагнитная движущая сила, Н/кг;

$w = \frac{W}{m}$ - удельная сила сопротивления движению, Н/кг.

В соответствии с выведенной математической моделью построим обобщённую компьютерную модель тяговой электрической машины.

Вначале построим обобщённую компьютерную модель машины с линейной биполярной зависимостью взаимной индуктивности. В случае биполярной магнитной системы уравнение взаимной индуктивности на интервале полюсного деления будет иметь вид

$$L_m = L_0 \cdot \left(1 - \frac{4z}{Z}\right) \cdot sgn\left(1 - \frac{2z}{Z}\right)$$

и соответственно

$$\frac{\partial L_m}{\partial z} = -\frac{4}{Z} L_0 \quad при \quad z \leqslant \frac{Z}{2}$$

и $\frac{\partial L_m}{\partial z} = \frac{4}{Z} L_0 \quad при \quad z > \frac{Z}{2}$.

где

$$L_0 = \frac{\mu_0 \cdot S_0 \cdot w_{a0}^2}{y_0} \quad .$$

Блок-схема модели, построенная на основе приведённых выше уравнений, представлена на рис. 10. На начальном этапе задаём постоянную скорость Vz = 1 м/с с помощью блока CONST_m.

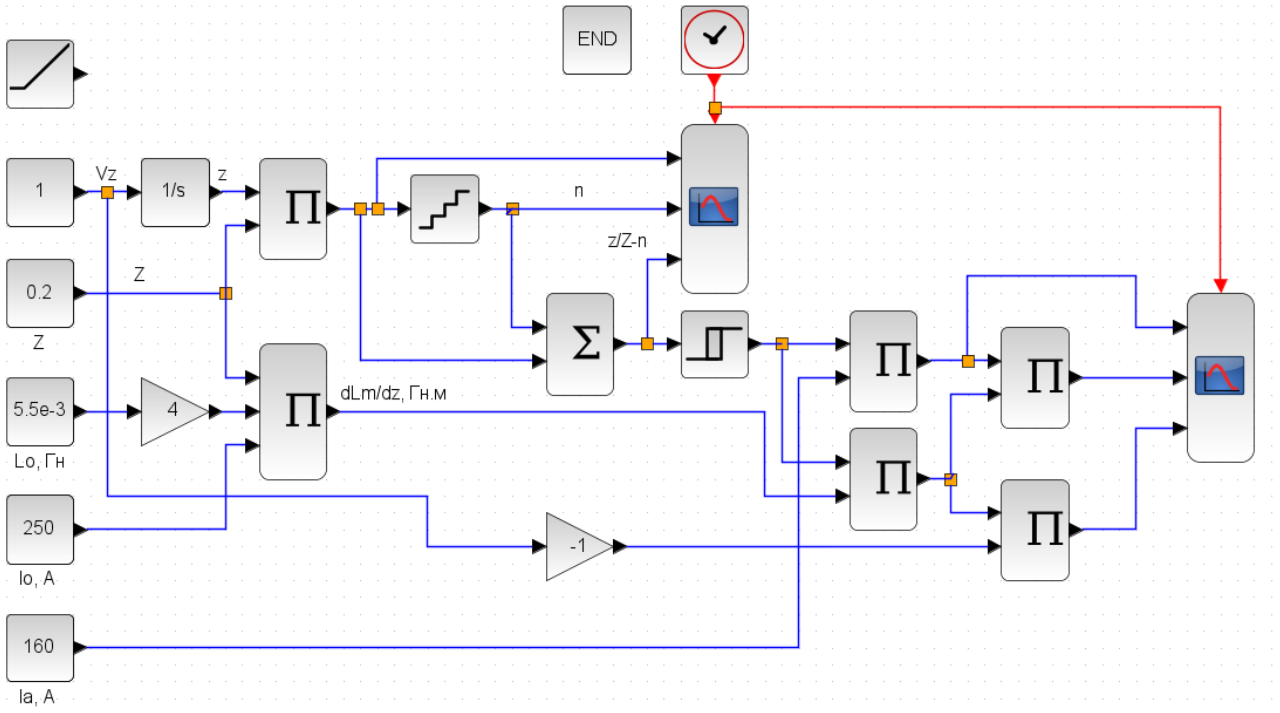


Рис. 10.

Запускаем моделирование и получаем.

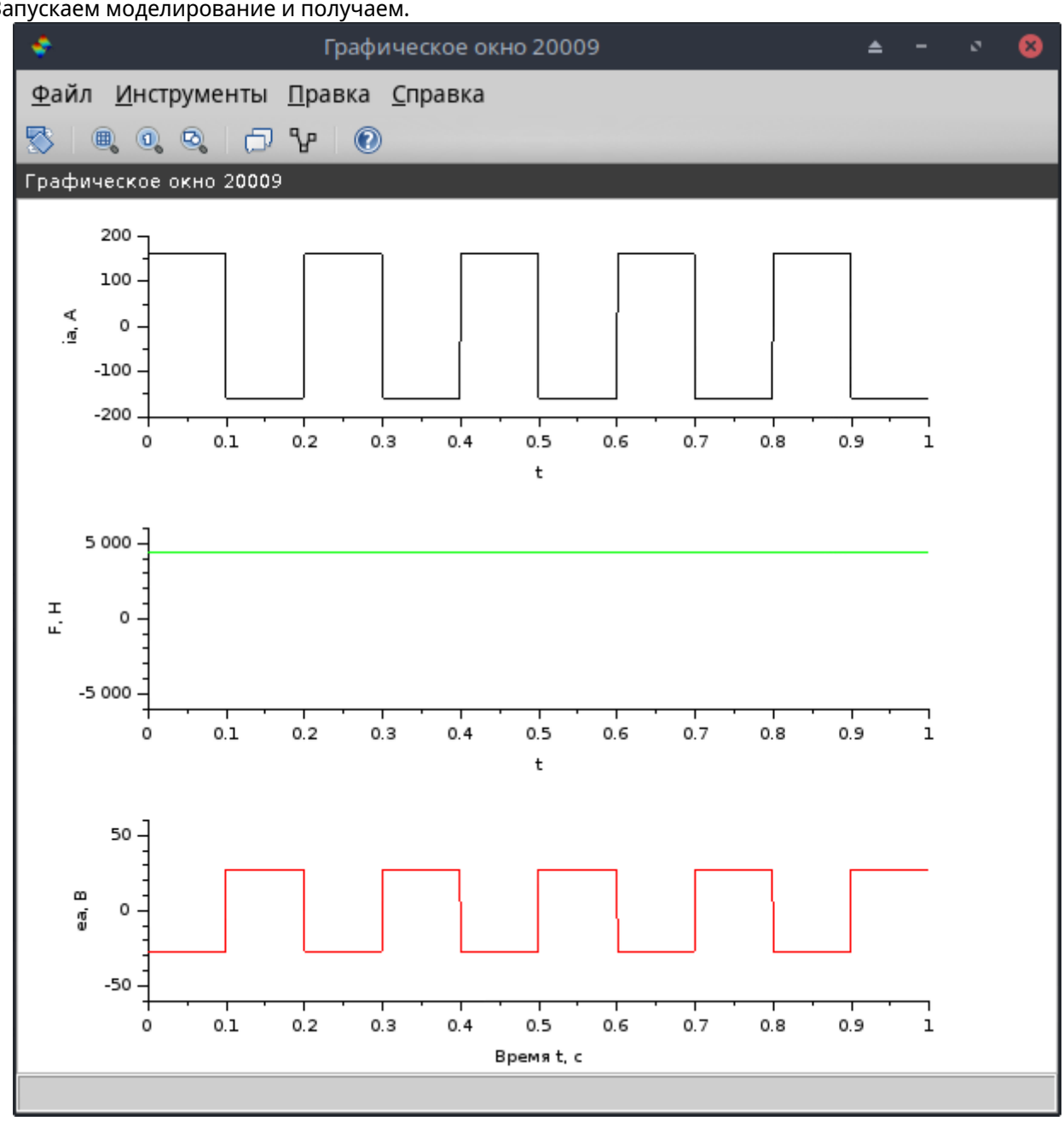


Рис. 11.

Имитационные стендовые испытания тяговой электрической машины

Стендовые испытания проводятся путём стыковки испытуемой машины с нагрузочной машиной заведомо большей мощности и момента, которая должна иметь достаточно жёсткую механическую характеристику V(F) или n(M), т. е. минимальную зависимость скорости от реализуемой силы или момента.

Блок-схема модели тяговой электрической машины, включённой в состав такого стенда соединённой с нагрузочной машиной, имеющей идеально жёсткую нагрузочную характеристику приведена на рис. 12.

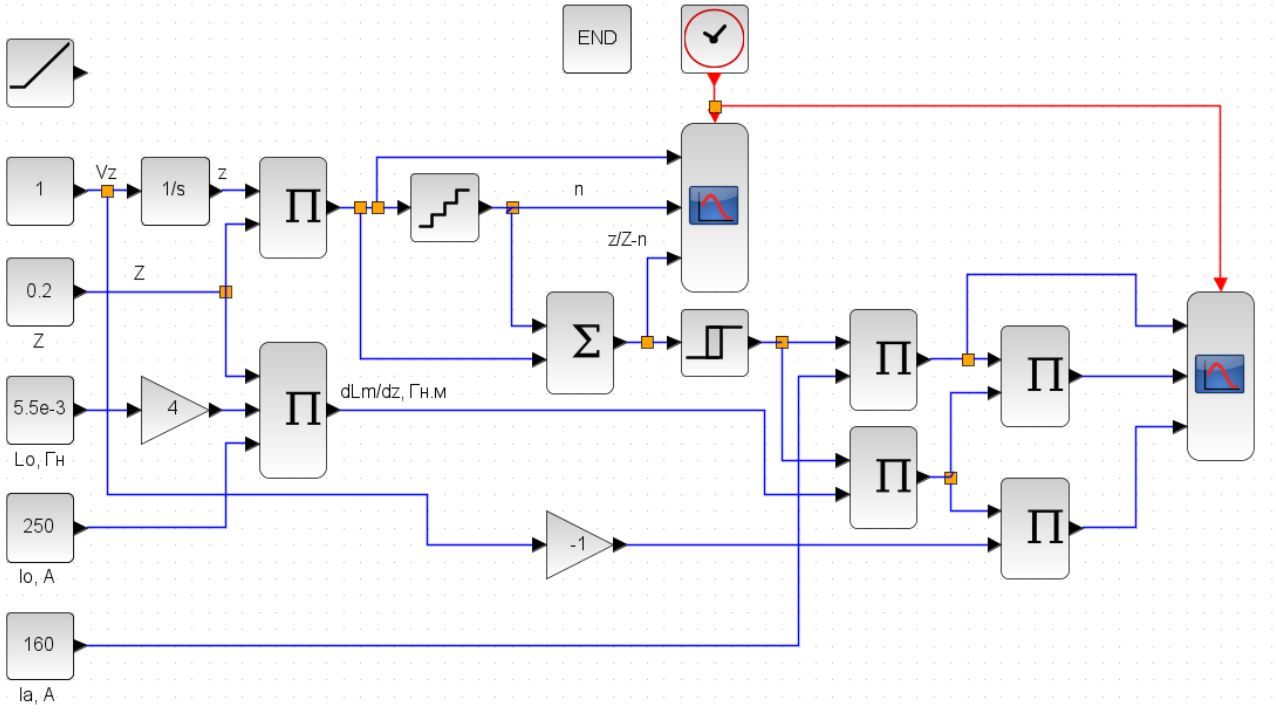


Рис. 12.

Имитационные ходовые испытания тяговой электрической машины в составе транспортного средства

Блок-схема модели тяговой электрической машины, включённой в состав имитационной модели движения транспортного средства вместо модели статических тягово-тормозных характеристик тягового привода для транспортного модуля (полная масса 1600 кг) магнитолевитационной транспортной системы «ЭЛТРО» приведена на рис. 13.

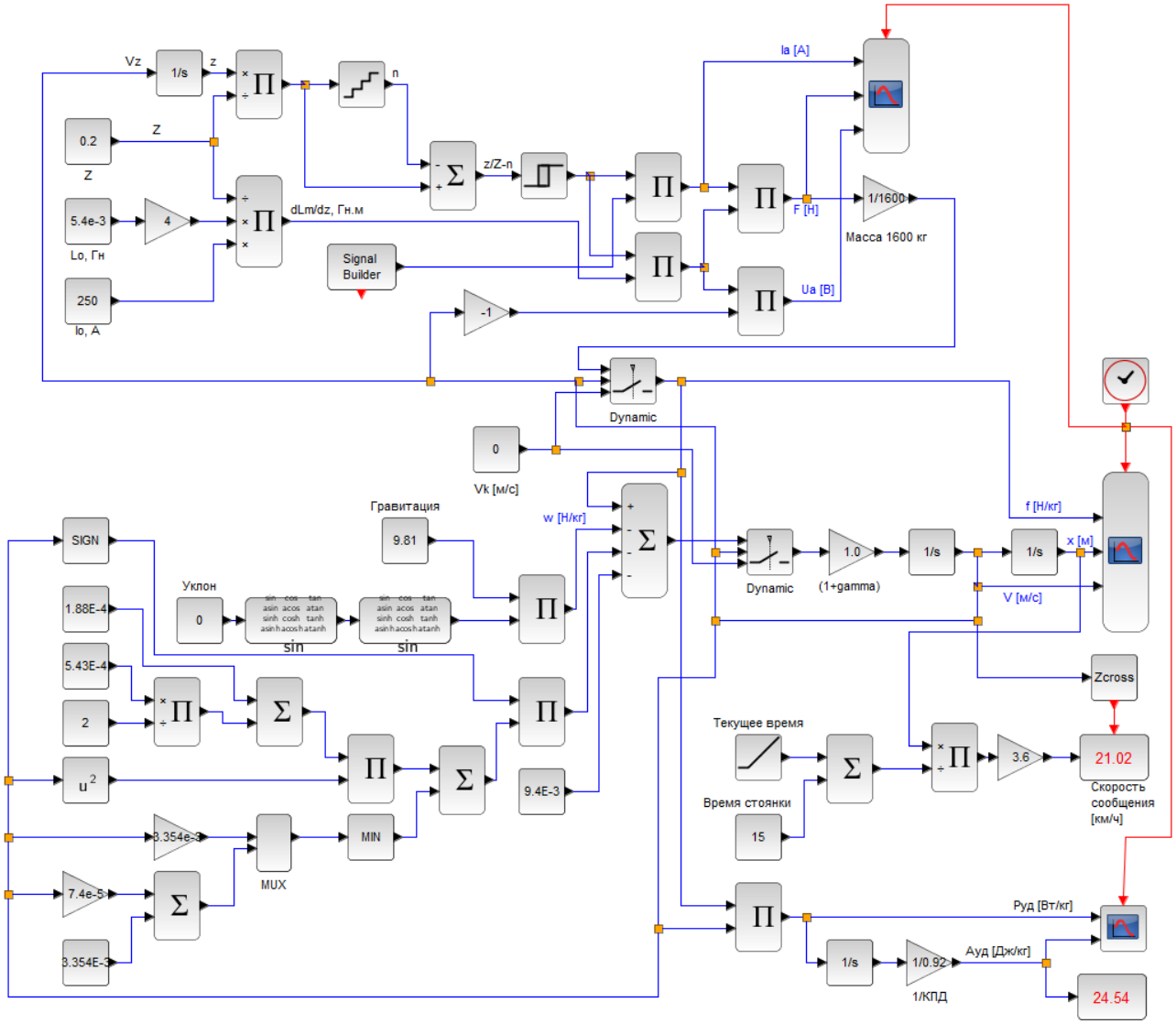


Рис. 13.

Пример результатов моделирования приведен на рис. 14...16.

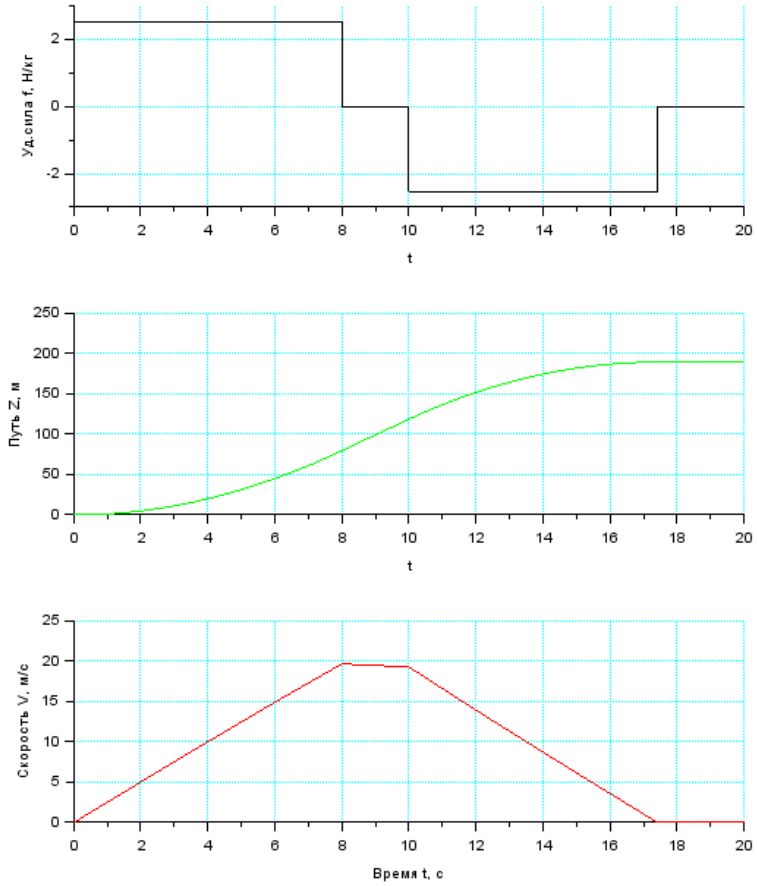

Уд.сила f, Н/кг
t
Путь Z, м
t
Скорость V, м/с
Время t, с

Рис. 14.

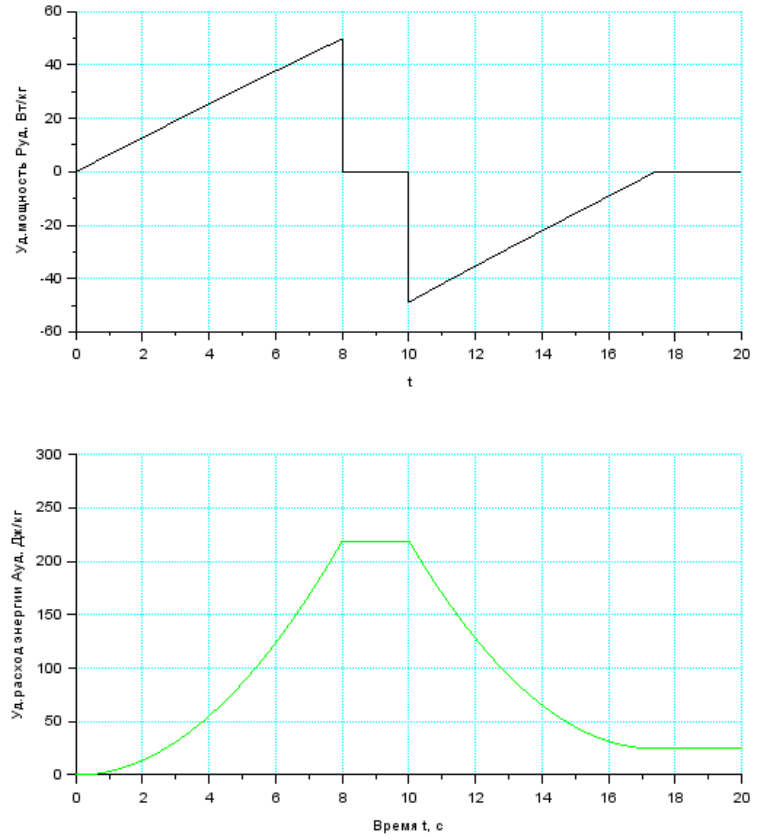

Уд.мощность Руд, Вт/кг
t
Уд.расход энергии Ауд, Дж/кг
Время t, с

Рис. 15.

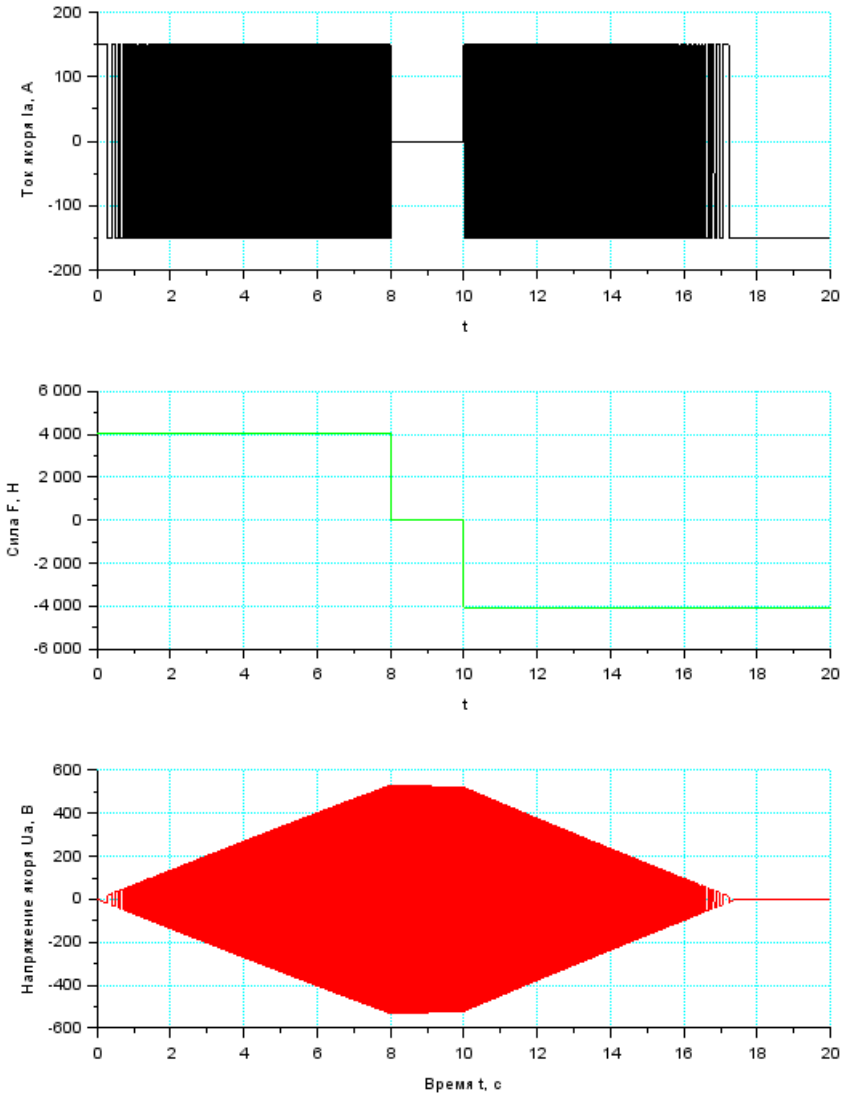

Ток якоря Ia, A
200
100
0
-100
-200
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
t
Сила F, H
6 000
4 000
2 000
0
-2 000
-4 000
-6 000
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
t
Напряжение якоря Ua, B
600
400
200
0
-200
-400
-600
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Время t, c

Рис. 16.